



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Факультет « _____ »
наименование факультета
Кафедра « _____ »
наименование кафедры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Дисциплина (модуль) «Механика транспортно-технологических комплексов»
наименование учебной дисциплины (модуля)

Направление подготовки/специальность

код наименование направления подготовки/специальности

Направленность (профиль)

Номер зачетной книжки _____ Номер варианта _____

Группа _____

Обучающийся

подпись, дата

И.О. Фамилия

Контрольную работу проверил

подпись, дата

должность, И.О. Фамилия

Ростов-на-Дону

2022

Задача №1

Стальной стержень ($E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$) находится под действием продольной силы P . Построить эпюры продольных сил N , напряжений σ , перемещений Δ . Проверить прочность стержня.

Исходные данные:

схема IV;

$F=13 \text{ см}^2$; $a=2,6 \text{ м}$; $b=2,7 \text{ м}$; $c=1,4 \text{ м}$; $P=1600 \cdot 10^2 \text{ Н}=160 \text{ кН}$, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Решение

Уравнение равновесия: $\sum Y_i = 0$: $R_A + R_D - P = 0$

Степень статической неопределимости $s = m - n = 2 - 1$, система один раз статически неопределима.

Для зашпеленного обоими концами стержня полное абсолютное удлинение должно быть равным нулю. Уравнение совместности деформаций

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0$$

Определим продольные силы на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

I участок: $0 \leq z \leq c$

$$N_1 = -R_D,$$

II участок: $c \leq z \leq c + b$

$$N_2 = -R_D + P,$$

III участок: $c + b \leq z \leq c + b + a$

$$N_3 = -R_D + P$$

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E F_1} = \frac{-R_D \cdot c}{E \cdot F};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E F_2} = \frac{(-R_D + P) \cdot b}{E \cdot 2F};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{E F_3} = \frac{(-R_D + P) \cdot a}{E \cdot F};$$

$$\text{Тогда } \frac{-R_D \cdot c}{E \cdot F} + \frac{(-R_D + P) \cdot b}{E \cdot 2F} + \frac{(-R_D + P) \cdot a}{E \cdot F} = 0$$

Разрешая это уравнение относительно R_D , получим

$$R_D = \frac{(2a + b)P}{2a + b + 2c} = 118,13 \text{ кН}.$$

Продольные усилия на участках нагружения статически неопределимого бруса

$$N_1 = -118,13 \text{ кН}$$

$$N_2 = 41,87 \text{ кН}$$

$$N_3 = 41,87 \text{ кН}$$

Напряжения в поперечных сечениях статически неопределимого бруса

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = -90,87 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = 16,10 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = 32,21 \text{ МПа};$$

Проверим прочность статически неопределимого стержня:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 90,87 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}; \text{ прочность обеспечена.}$$

Удлинения участков стержня

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 c}{E} = -0,636 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 b}{E} = 0,217 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 a}{E} = 0,419 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

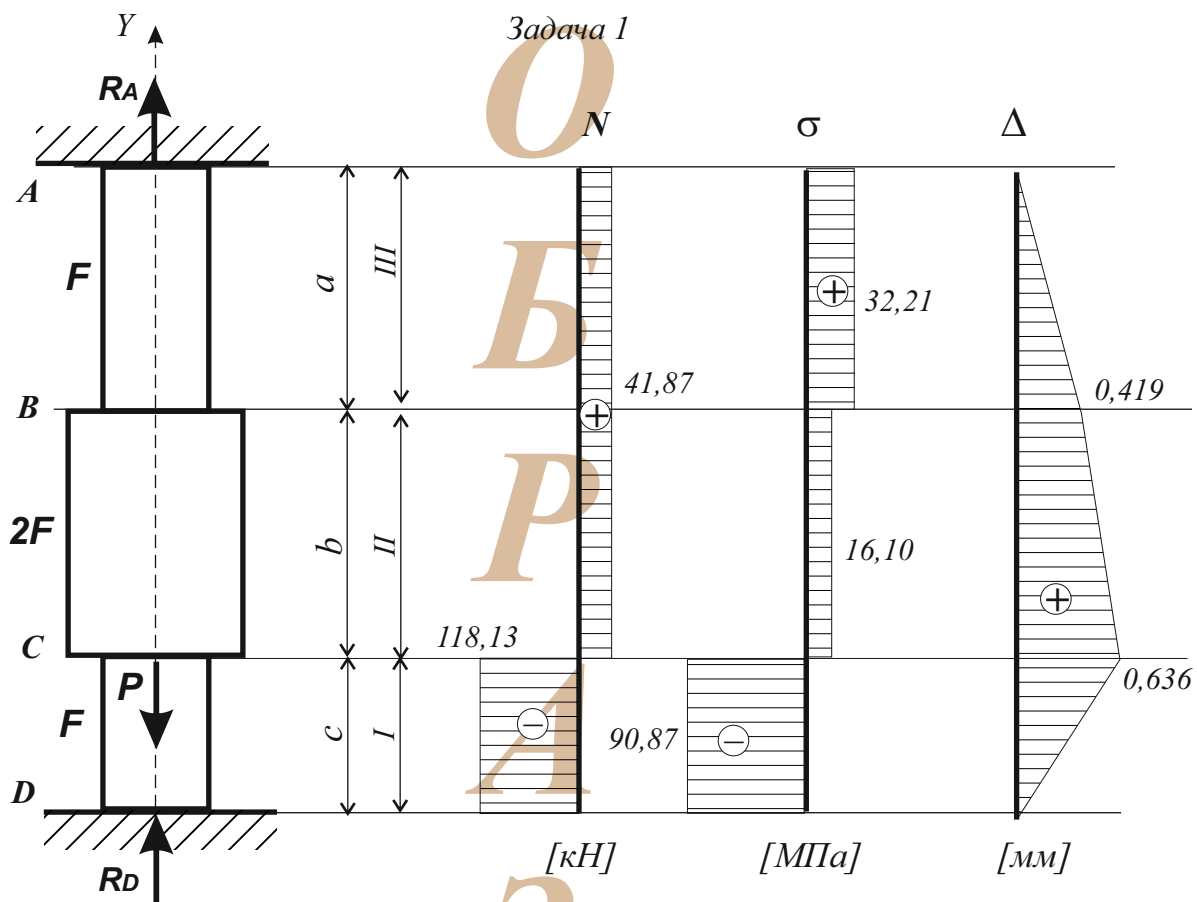
Определим перемещения поперечных сечений, совпадающих с границами участков нагружения:

сечение A (жесткая заделка): $\Delta_A = 0;$

сечение B : $\Delta_B = \Delta_A + \Delta l_3 = 0,419 \text{ мм};$

сечение C : $\Delta_C = \Delta_B + \Delta l_2 = 0,636 \text{ мм};$

сечение D : $\Delta_D = \Delta_C + \Delta l_1 = 0$ - жесткая заделка.



Задача №2

К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 . Требуется:

1. установить при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
2. для найденного значения X построить эпюру крутящих моментов;
3. при заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 100 мм;
4. построить эпюру углов закручивания;
5. найти наибольший относительный угол закручивания.

Исходные данные:

* * 3 6 7 4
а б в г

схема IV;

$a=1,6$ м; $b=1,7$ м; $c=1,4$ м; $M_1=1600$ Нм; $M_2=700$ Нм; $M_3=1400$ Нм; $[\tau]=45$ МПа, $G=80000$ МПа

Решение

1. Определим крутящие моменты на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

I участок: $0 \leq z \leq a$

$$m_1 = -X,$$

II участок: $a \leq z \leq a+c$

$$m_2 = -X - M_3$$

III участок: $a+c \leq z \leq a+c+b$

$$m_3 = -X - M_3 - M_2$$

IV участок: $a+c+b \leq z \leq 2a+c+b$

$$m_4 = -X - M_3 - M_2 + M_1$$

Полный угол закручивания должен быть равным нулю:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0, \text{ где}$$

$$\varphi_1 = \frac{m_1 a}{G J_p} = \frac{(-X)a}{G J_p};$$

$$\varphi_2 = \frac{m_2 c}{G J_p} = \frac{(-X - M_3)c}{G J_p};$$

$$\varphi_3 = \frac{m_3 b}{G J_p} = \frac{(-X - M_3 - M_2)b}{G J_p};$$

$$\varphi_4 = \frac{m_4 a}{G J_p} = \frac{(-X - M_3 - M_2 + M_1)a}{G J_p};$$

Тогда

$$(-X)a + (-X - M_3)c + (-X - M_3 - M_2)b + (-X - M_3 - M_2 + M_1)a = 0$$

$$X = \frac{M_1 a - M_2(a+b) - M_3(a+b+c)}{2a+b+c}$$

Получим $X = -1528,57$ Нм.

2. Крутящие моменты на участках нагружения

I участок:

$$m_1 = 1528,57 \text{ Нм},$$

II участок:

$$m_2 = 128,57 \text{ Нм},$$

III участок:

$$m_3 = -1571,43 \text{ Нм},$$

IV участок:

$$m_4 = 28,57 \text{ Нм}.$$

3. Опасным участком, т.е. участком на котором возникают максимальные касательные напряжения, является третий участок нагружения.

Составим условия прочности для опасного участка вала.

$$\tau_{max} = \frac{m_3}{W_p} \leq [\tau] = 45 \text{ МПа}$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 0,1963 D^3$$

Определим диаметр D из условия прочности:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{m_3}{[\tau] \cdot 0,1963}} = \sqrt[3]{\frac{1571,43}{45 \cdot 10^6 \cdot 0,1963}} = 0,0562 \text{ м} = 56,2 \text{ мм}.$$

Принимаем $D = 0,06 \text{ м} = 60 \text{ мм}$

Вычислим геометрические характеристики поперечных сечений вала:

Полярный момент сопротивления сечения:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 0,1963 D^3 = 42,41 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

Полярный момент инерции сечения

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} = 0,0982 D^4 = 127,23 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

4. Определим абсолютные углы закручивания участков вала:

$$\varphi_1 = \frac{m_1 a}{G J_p} = 0,0240 \text{ рад};$$

$$\varphi_2 = \frac{m_2 c}{G J_p} = 0,0018 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \frac{m_3 b}{G J_p} = -0,0262 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \frac{m_4 a}{G J_p} = 0,0004 \text{ рад}$$

Полный угол закручивания вала

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0$$

Определим угловые перемещения поперечных сечений, совпадающих с границами участков нагружения:

$$\text{сечение } A \text{ (жесткая заделка): } \Delta_\varphi^A = 0;$$

$$\text{сечение } B : \Delta_\varphi^B = \Delta_\varphi^A + \varphi_4 = 0,0004 \text{ рад};$$

$$\text{сечение } C : \Delta_\varphi^C = \Delta_\varphi^B + \varphi_3 = -0,0258 \text{ рад};$$

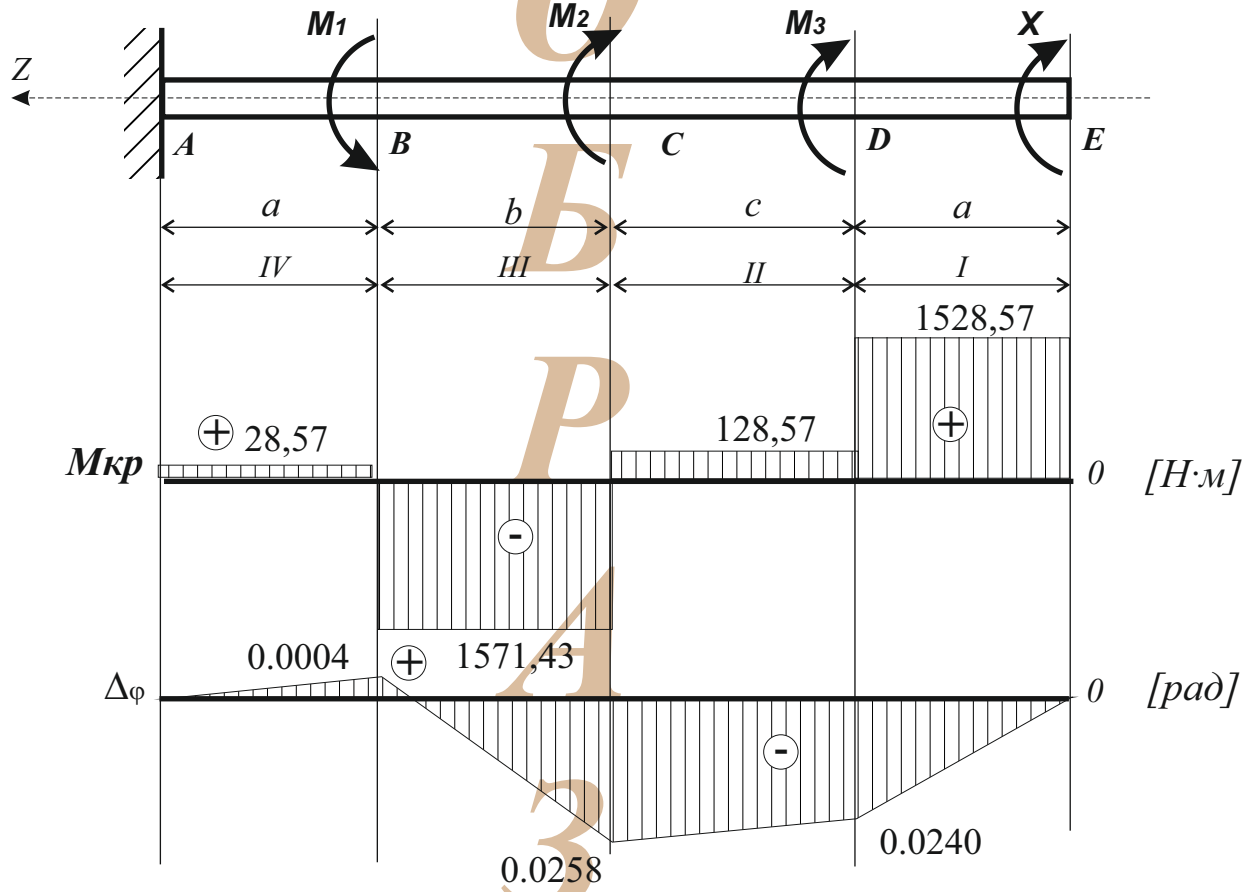
$$\text{сечение } D : \Delta_\varphi^D = \Delta_\varphi^C + \varphi_2 = -0,0240 \text{ рад};$$

$$\text{сечение } E : \Delta_\varphi^E = \Delta_\varphi^D + \varphi_1 = 0$$

5. Наибольший относительный угол закручивания

$$\theta_{max} = \frac{m_{max}}{G J_p} = \frac{m_3}{G J_p} = \frac{1571,43}{8 \cdot 10^{10} \cdot 127,23 \cdot 10^{-8}} = 0,0154 \frac{\text{рад}}{\text{м}}$$

Задача 5



Задача №3

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка или из двутавра и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра, требуется:

1. определить положение центра тяжести;
2. найти осевые и центробежные моменты инерции относительно центральных осей x_c и y_c ;
3. определить направление главных центральных осей u и v ;
4. найти главные моменты инерции;
5. вычертить сечение в масштабе 1:2.

Исходные данные:

**** 3 6 7 4**

а б в г

схема IV;

швеллер №24; равнобокий уголок 100×100×10; двутавр №18.

Решение

Задано составное сечение, состоящее из равнобокого уголка 100×100×10 и швеллера №24. Выбираем следующие данные по таблицам ГОСТа для сортового проката:

Равнобокий уголок 100×100×10 (ГОСТ 8509-86)

$b=100$ мм - ширина полки, $t=10$ мм - толщина полки, $F=19,24$ см² - площадь сечения, $z_0=2,83$ см - положение центра тяжести, $J_x=J_y=178,95$ см⁴ - осевые моменты инерции относительно центральных осей, $J_{xy}=110,0$ см⁴ - центробежный момент инерции.

Швеллер №24 (ГОСТ 8240-89)

$h=240$ мм - высота, $b=90$ мм - ширина полки, $s=5,6$ мм - толщина стенки, $t=10,0$ мм - толщина полки, $F=30,6$ см² - площадь сечения, $J_x=2900$ см⁴, $J_y=208$ см⁴ - осевые моменты инерции относительно центральных осей швеллера, $z_0=2,42$ см - положение центра тяжести.

Вычерчиваем заданное сечение в масштабе 1:2. Выбираем исходные оси XOY таким образом, чтобы они были параллельны сторонам составного сечения и проходили через центры тяжести швеллера C_1 и уголка C_2 .

Для каждого элемента сечения проведем собственные центральные оси.

Координаты центров тяжести элементов сечения в выбранных осях, их площади и моменты инерции приведены в таблице.

№	Площадь F_i см ²	Координаты ц.т.		Моменты инерции		
		x_i см	y_i см	J_{xi} см ⁴	J_{yi} см ⁴	J_{xiyi} см ⁴
1(швеллер)	30,6	0,41	0,0	2900	208	0,0
2(уголок)	19,24	0,0	14,83	178,95	178,95	110,0
Составное сечение	49,84	0,25	5,72	5676,90	388,94	38,18

Координаты центров тяжести частей сечения в выбранной системе осей XOY (все размеры взяты в см, индекс 1 соответствует швеллеру, индекс 2 - уголку)

$$x_1 = z_{02} - z_{01} = 0,41 \text{ см}$$

$$y_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$y_2 = 0,5h_1 + z_{02} = 14,83 \text{ см}$$

Площадь составного сечения

$$F = F_1 + F_2$$

Статические моменты площади определялись:

$$S_x^i = y_i \cdot F_i$$

$$S_y^i = x_i \cdot F_i$$

Координаты центра тяжести составного сечения определялись по формулам

$$x_c = \frac{S_y^1 + S_y^2}{F} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2}{F_1 + F_2} = 0,25 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{S_x^1 + S_x^2}{F} = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2}{F_1 + F_2} = 5,72 \text{ см}$$

Расстояние между соответствующими собственными центральными осями элементов и центральными осями всего составного сечения

$$a_i = y_i - y_c$$

$$b_i = x_i - x_c$$

№	a_i	b_i
	см	см
1(двутавр)	-5,72	0,16
2(уголок)	9,11	-0,25

Проверка $\frac{|a_1|}{|a_2|} = \frac{|b_1|}{|b_2|} = \frac{F_2}{F_1} = 0,629$

Осевые и центробежный моменты относительно центральных осей X_c, Y_c вычисляются по формулам

$$J_{Xc} = J_{Xc}^1 + J_{Xc}^2 = J_{X1}^1 + a_1^2 F_1 + J_{X2}^2 + a_2^2 F_2 = 5676,90 \text{ см}^4$$

$$J_{Yc} = J_{Yc}^1 + J_{Yc}^2 = J_{Y1}^1 + b_1^2 F_1 + J_{Y2}^2 + b_2^2 F_2 = 388,94 \text{ см}^4$$

$$J_{XcYc} = J_{XcYc}^1 + J_{XcYc}^2 = J_{X1Y1}^1 + a_1 b_1 F_1 + J_{X2Y2}^2 + a_2 b_2 F_2 = 38,18 \text{ см}^4$$

Положение главных центральных осей инерции U, V определяется через угол α , который они составляют с центральными осями X_c, Y_c (положительное значение угла отсчитывается против хода часовой стрелки)

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2J_{XcYc}}{J_{Yc} - J_{Xc}} = -0,007 \text{ рад} = -0,41^\circ$$

По результатам расчетов нанесем на чертеж: центр тяжести всего сечения; центральные оси; главные центральные оси (т.к. угол α мал, главные оси U, V практически совпадают с центральными осями X_c, Y_c).

Главные центральные моменты инерции сечения

$$J_U = J_{Xc} \cos^2 \alpha + J_{Yc} \sin^2 \alpha - J_{XcYc} \sin 2\alpha = 5677,18 \text{ см}^4$$

$$J_V = J_{Xc} \sin^2 \alpha + J_{Yc} \cos^2 \alpha + J_{XcYc} \sin 2\alpha = 388,66 \text{ см}^4$$

Кроме того, главные центральные моменты инерции сечения могут быть вычислены по формулам:

$$J_{\max} = \frac{J_{Xc} + J_{Yc}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{Xc} - J_{Yc})^2 + 4J_{XcYc}^2} = 5677,18 \text{ см}^4$$

$$J_{\min} = \frac{J_{Xc} + J_{Yc}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{Xc} - J_{Yc})^2 + 4J_{XcYc}^2} = 388,66 \text{ см}^4$$

Выполним аналитическую проверку.

$$J_{x_c} + J_{y_c} = J_U + J_V = 6065,84 \text{ см}^4$$

$$J_{UV} = J_{x_c y_c} \cos 2\alpha - \frac{J_{y_c} - J_{x_c}}{2} \sin 2\alpha = 0$$

O

Б

Р

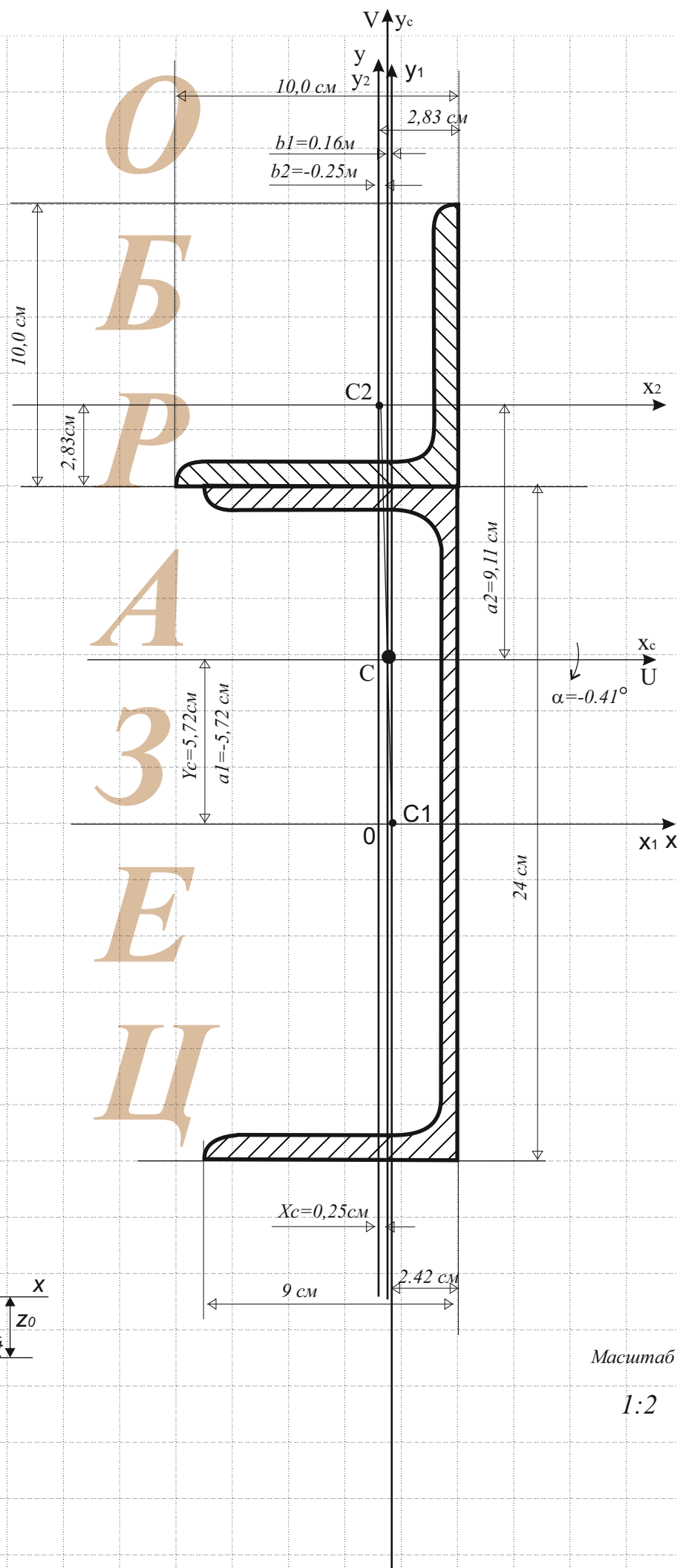
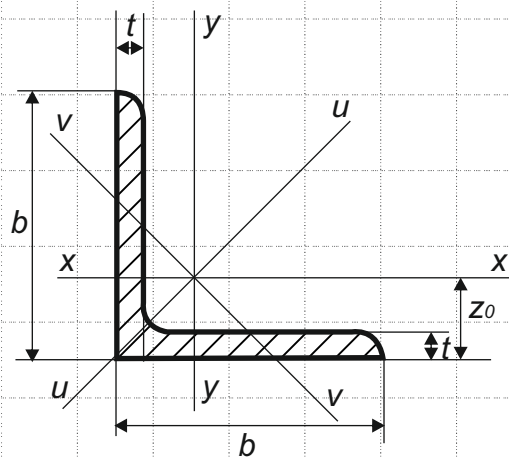
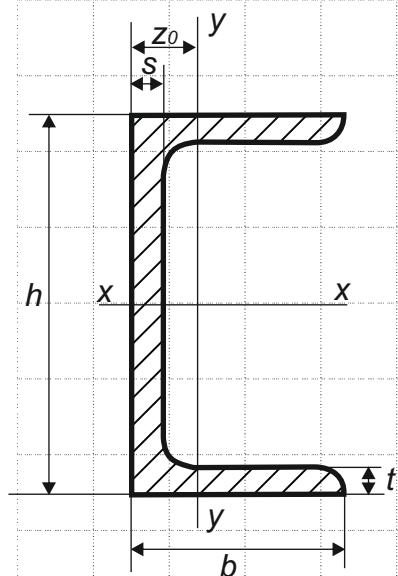
А

З

Е

Ц

Задача 7



Масштаб

1:2

Задача №4

Для заданных двух схем балок требуется написать выражения для каждого участка и построить эпюры Q и M ; подобрать

1. для схемы (а) деревянную балку круглого поперечного сечения при $[\sigma] = 8 \text{ МПа}$;
2. для схемы (б) стальную балку двутаврового поперечного сечения при $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$.

Исходные данные:

**** 3 6 7 4**

а б в г

схема IV;

$l_1 = 1,7 \text{ м}; l_2 = 4 \text{ м}; a_1 = 6a; a_2 = 7a; a_3 = 4a; M = 6 \text{ кНм}; P = 7 \text{ кН}; q = 4 \text{ кН/м}$.

Решение

Схема а

Для консольной балки определим поперечные силы и изгибающие моменты на каждом участке нагружения, рассматривая участки балки от свободного конца к заделке.

I участок: $0 \leq z \leq 3a = 0,51 \text{ м}$

$$Q_1 = 0$$

$$M_1 = -M = -6 \text{ кНм}$$

II участок: $3a \leq z \leq 6a = 1,02 \text{ м}$

$$Q_2 = q(z - 3a)$$

$$M_2 = -M - 0,5q(z - 3a)^2$$

Тогда на границах участка

$$Q_{2(z=3a)} = 0$$

$$Q_{2(z=6a)} = 2,04 \text{ кН}$$

$$M_{2(z=3a)} = -6,0 \text{ кНм}$$

$$M_{2(z=6a)} = -6,520 \text{ кНм}$$

III участок: $6a \leq z \leq 10a = 1,7 \text{ м}$

$$Q_3 = q(z - 3a)$$

$$M_3 = -M - 0,5q(z - 3a)^2 + M = -0,5q(z - 3a)^2$$

Тогда на границах участка

$$Q_{3(z=6a)} = 2,04 \text{ кН}$$

$$Q_{3(z=10a)} = 4,76 \text{ кН}$$

$$M_{3(z=6a)} = -0,520 \text{ кНм}$$

$$M_{3(z=10a)} = -2,832 \text{ кНм}$$

Значение момента в опасном сечении

$M_{\max} = M_{2(z=6a)} = -6,520 \text{ кНм}$ - по этому значению изгибающего момента

ведется расчет на прочность.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma] = 8 \text{ МПа},$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]} = \frac{6520}{8 \cdot 10^6} = 815,025 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 815,025 \text{ см}^3$$

Подбор круглого сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 815,025 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 0,2025 \text{ м} = 20,25 \text{ см}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 322,06 \text{ см}^2$$

O

Б

Р

А

З

Е

Ц

Задача 8 (а)

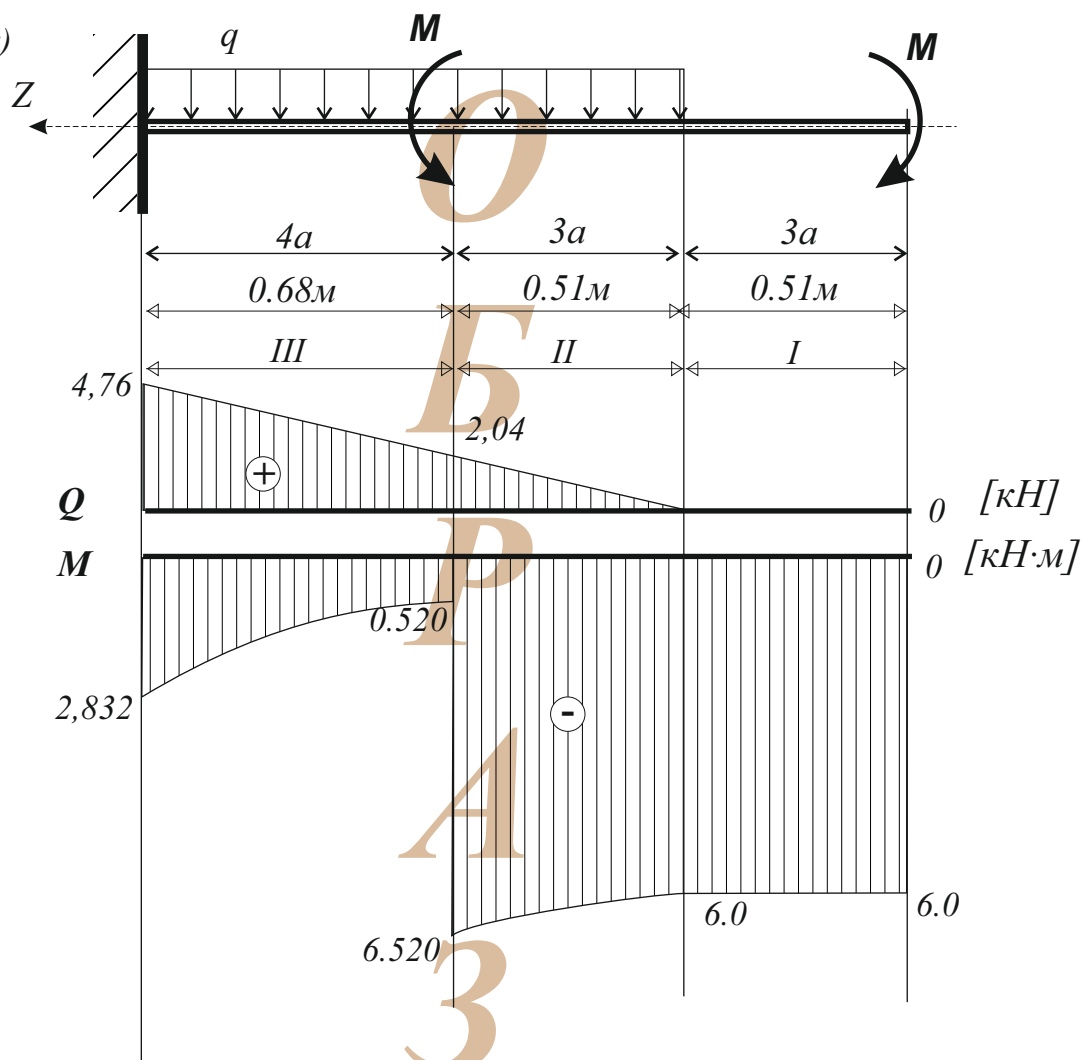


Схема б

Определим вертикальные реакции в шарнирных опорах R_A , R_B . Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum M_B^i = 0 \\ \sum M_A^i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_A \cdot 10a - P \cdot 14a + q \cdot 7a \cdot 6,5a = 0 \\ -R_B \cdot 10a + P \cdot 4a + q \cdot 7a \cdot 3,5a = 0 \end{cases}$$

$$R_A = \frac{-P \cdot 14a + q \cdot 7a \cdot 6,5a}{10a} = -2,52 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{P \cdot 4a + q \cdot 7a \cdot 3,5a}{10a} = 6,72 \text{ кН};$$

проверка

$$\sum Y_i = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B + P - q \cdot 7a = 13,72 - 13,72 = 0;$$

проверка сошлась

Определим поперечные силы и изгибающие моменты на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

I участок: $0 \leq z \leq 3a = 1,2 \text{ м}$ (справа)

$$Q_I = -R_B$$

$$M_I = R_B z$$

Тогда на границах участка

$$Q_{I(z=0)} = -6,72 \text{ кН}$$

$$Q_{I(z=3a)} = -6,72 \text{ кН}$$

$$M_{I(z=0)} = 0$$

$$M_{I(z=3a)} = 8,064 \text{ кН м}$$

II участок: $3a \leq z \leq 10a = 4,0 \text{ м}$ (справа)

$$Q_2 = q(z - 3a) - R_B$$

$$M_2 = -0,5q(z - 3a)^2 + R_B z$$

Тогда на границах участка

$$Q_{2(z=3a)} = -6,72 \text{ кН}$$

$$Q_{2(z=10a)} = 4,48 \text{ кН}$$

$$M_{2(z=3a)} = 8,064 \text{ кН м}$$

$$M_{2(z=10a)} = 11,2 \text{ кН м}$$

Максимальное значение момента приходится на сечение, в котором поперечная сила обращается в ноль. Определим координату сечения:

$$Q_2 = q(z - 3a) - R_B = 0 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{R_B + 3qa}{q} = 7,2 \text{ а} = 2,88 \text{ м}$$

Тогда $M_{2(z=7,2a)} = 13,709 \text{ кНм}$

III участок: $0 \leq z \leq 4a = 1,6 \text{ м}$ (слева)

$$Q_3 = P$$

$$M_3 = Pz$$

Тогда на границах участка

$$Q_3(z=0) = 7,0 \text{ кН}$$

$$Q_3(z=4a) = 7,0 \text{ кН}$$

$$M_3(z=0) = 0 \text{ кН м}$$

$$M_3(z=4a) = 11,2 \text{ кН м}$$

Опасным является сечение, где момент принимает наибольшее значение,

$$M_{max} = M_2(z=7,2a) = 13,709 \text{ кН м}.$$

Так как в опасном сечении момент положительный, верхние волокна сжаты, нижние - растянуты.

Условие прочности

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma] = 180 \text{ МПа},$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{13709}{180 \cdot 10^6} = 76,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 76,16 \text{ см}^3$$

Подбор двутаврового сечения

двутавр № 14:

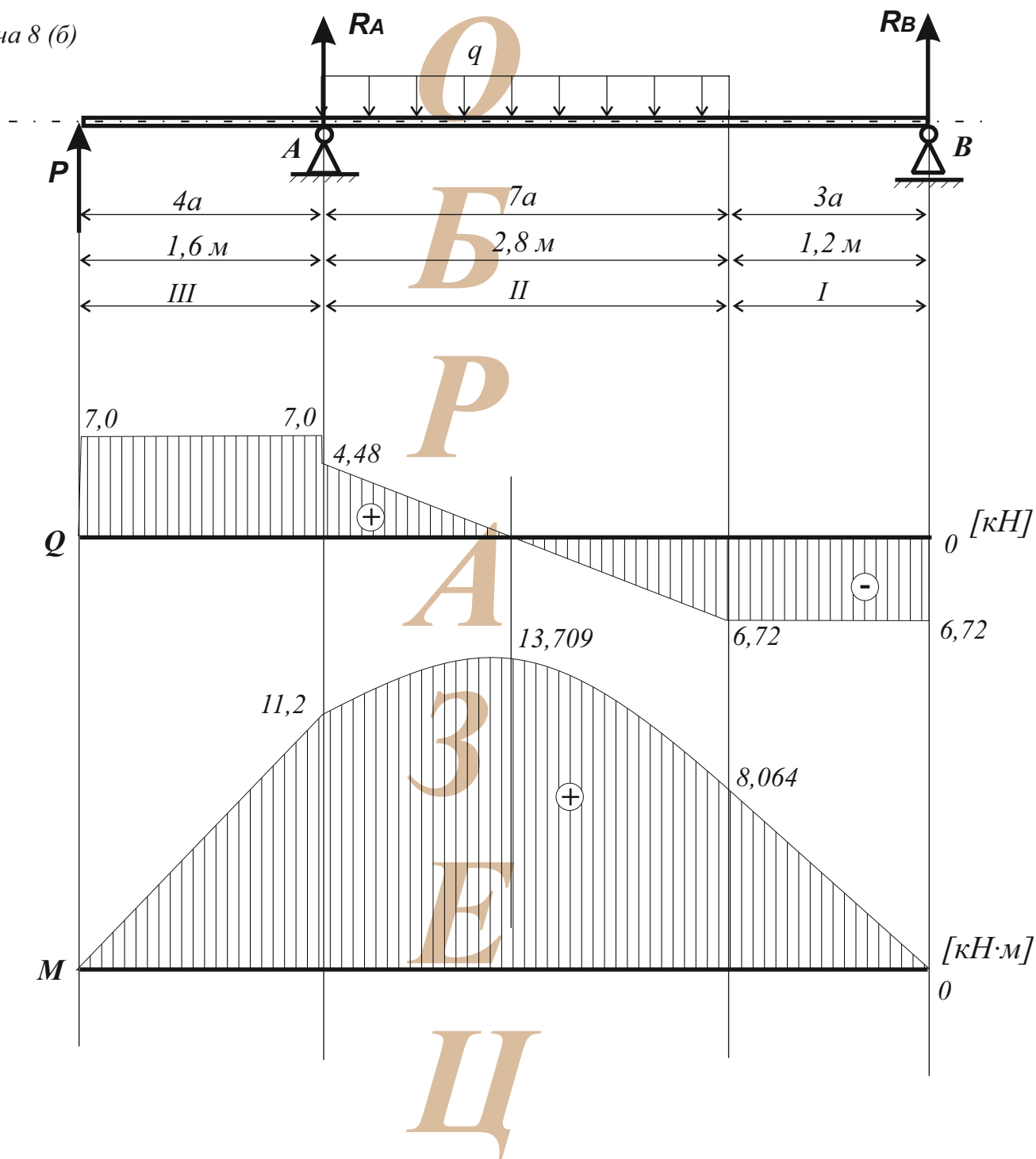
$$W_x = 81,7 \text{ см}^3, F = 17,4 \text{ см}^2, J_x = 572 \text{ см}^4, h = 140 \text{ мм}, b = 73 \text{ мм}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = 167,79 \text{ МПа}$$

Балка недогружена на

$$\delta\% = \left| \frac{[\sigma] - \sigma_{max}}{[\sigma]} \right| \cdot 100\% = 6,78\%$$

Задача 8 (б)



Задача №5

Шкив с диаметром D_1 и углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N кВт. Два других шкива имеют диаметры D_2 и углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и каждый из них передает мощность $N/2$. Требуется:

1. определить моменты приложенные к шкивам;
2. построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$;
3. определить окружные усилия t_1 и t_2 , действующие на шкивы;
4. определить давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям;
5. определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях;
6. построить эпюры изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил;
7. построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
8. найти опасное сечение и определить по третьей теории прочности максимальный расчетный момент;
9. подобрать диаметр вала d при $[\sigma]=70$ МПа и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 100 мм

Исходные данные:

**** 3 6 7 4**
а б в г

схема IV;

$N=70$ кВт; $n=400$ об/мин; $a=1,6$ м; $b=1,7$ м; $c=1,4$ м; $D_1=0,7$ м; $D_2=1,4$ м;
 $\alpha_1=70^\circ$; $\alpha_2=40^\circ$.

Решение

1.Определение моментов, приложенных к шкивам.

Момент, передаваемый передачей 1:

$$M_1 = \frac{30N}{\pi n} = \frac{30 \cdot 70000}{\pi \cdot 400} = 1671,12 \text{ Н м.}$$

Моменты, передаваемые передачами 2 и 3:

$$M_2 = \frac{30 \cdot 0,5N}{\pi n} = 835,56 \text{ Н м.}$$

2.Построение эпюры крутящих моментов $M_{кр}$.

1 участок: $M_{к1}=M_2=835,56 \text{ Н м,}$

2 участок: $M_{к2}=M_2+M_1=1671,12 \text{ Н м,}$

3 участок: $M_{к3}=M_2+M_1-M_1=0.$

3.Усилия, действующие на шкивы.

Окружное усилие передачи 1:

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1671,12}{0,7} = 4774,65 \text{ Н,}$$

Окружное усилие передач 2 и 3:

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 835,56}{1,4} = 1193,66 \text{ Н,}$$

4.Давления на вал.

$$3t_1 = 14323,95 \text{ Н},$$

$$3t_2 = 3580,98 \text{ Н}.$$

5. Силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Вертикальная и горизонтальная составляющие усилий, действующих на вал со стороны первой передачи:

$$P_{1y} = 3t_1 \sin \alpha_1 = 13460,11 \text{ Н},$$

$$P_{1x} = 3t_1 \cos \alpha_1 = 4899,08 \text{ Н},$$

Вертикальная и горизонтальная составляющие усилий, действующих на вал со стороны второй и третьей передач:

$$P_{2y} = 3t_2 \sin \alpha_2 = 2301,81 \text{ Н},$$

$$P_{2x} = 3t_2 \cos \alpha_2 = 2743,19 \text{ Н},$$

6. Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил.

Построение эпюры изгибающего момента M_x :

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{iy}) = 0, \\ \sum m_A(P_{iy}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_A(2b+c) - P_{1y}(b) - P_{2y}(c+b) - P_{2y}(a+2b+c) = 0, \\ Y_B(2b+c) - P_{1y}(c+b) - P_{2y}(b) + P_{2y}(a) = 0 \end{cases}$$

$$Y_A = \frac{P_{1y}(b) + P_{2y}(c+b) + P_{2y}(a+2b+c)}{2b+c} = 9322,79 \text{ Н},$$

$$Y_B = \frac{P_{1y}(c+b) + P_{2y}(b) - P_{2y}(a)}{2b+c} = 8740,94 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow -P_{1y} - 2P_{2y} + Y_A + Y_B = 0$$

Величины изгибающего момента M_x в характерных сечениях:

$$M_{x1} = 0,$$

$$M_{x2} = M_{x3} = -P_{2y}(a) = -3682,90 \text{ Н м},$$

$$M_{x4} = M_{x5} = Y_A(b) - P_{2y}(a+b) = 8252,76 \text{ Н м},$$

$$M_{x6} = M_{x7} = Y_B(b) = 14869,60 \text{ Н м},$$

$$M_{x8} = 0.$$

Построение эпюры изгибающего момента M_y :

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{ix}) = 0, \\ \sum m_A(P_{ix}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_A(2b+c) - P_{2x}(c+b) + P_{1x}(b) - P_{2x}(a+2b+c) = 0, \\ X_B(2b+c) - P_{2x}(b) + P_{2x}(a) + P_{1x}(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$X_A = \frac{P_{2x}(c+b) - P_{1x}(b) + P_{2x}(a+2b+c)}{2b+c} = 3694,15 \text{ Н},$$

$$X_B = \frac{P_{2x}(b) - P_{2x}(a) - P_{1x}(a+b)}{2b+c} = -3106,84 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow -2P_{2x} + P_{1x} + X_A + X_B = 0$$

Значения изгибающего момента M_y в характерных сечениях:

$$M_{y1} = 0,$$

$$M_{y2} = M_{y3} = -P_{2x}(a) = -4389,11 \text{ Н м},$$

$$M_{y4} = M_{y5} = X_A(b) - P_{2x}(a+b) = -2772,49 \text{ Н м},$$

$$M_{y6}=M_{y7}=X_B(b)=-5281,62 \text{ Н м},$$

$$M_{y8}=0.$$

Построение эпюры суммарного изгибающего момента.

$$M_{\text{сум}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$M_{\text{сум}}^1 = 0,$$

$$M_{\text{сум}}^2 = M_{\text{сум}}^3 = 5729,58 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{сум}}^4 = M_{\text{сум}}^5 = 8706,02 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{сум}}^6 = M_{\text{сум}}^7 = 15770,33 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{сум}}^8 = 0.$$

Построение эпюры приведенных моментов.

$$M_{\text{пр}} = \sqrt{M_{\text{сум}}^2 + M_{\kappa}^2}$$

$$M_{\text{пр}}^1 = 835,56 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^2 = M_{\text{пр}}^3 = 5790,18 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^4 = 8746,03 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^5 = 8864,96 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^6 = 15858,62 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^7 = 15770,33 \text{ Н м},$$

$$M_{\text{пр}}^8 = 0.$$

Определение диаметра вала.

Опасным является сечение, где приведенный момент достигает максимального значения.

Условие прочности вала при использовании теории наибольших касательных напряжений (третьей теории прочности) имеет вид:

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}^{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma] = 70 \text{ МПа},$$

$$\text{где } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

тогда диаметр вала в опасном сечении

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{пр}}^{\text{max}}}{0,1 [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{пр}}^6}{0,1 [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{15858,62}{0,1 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0,1322 \text{ м}.$$

Принимаем диаметр равным:

$$d = 140 \text{ мм}.$$

